Matematika- Technikum 9-12. évfolyam

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

**9–10. évfolyam**

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

|  |  |
| --- | --- |
| Témakör-9. évfolyam | Óraszám: 180 óra |
| I. Ismétlés | 7 óra |
| II. A számok világa | 15 óra |
| III. Kombinatorika, halmazok | 23 óra |
| IV. Geometria | 22 óra |
| V. Algebrai kifejezések, egyenletek | 51 óra |
| VI. Függvény | 20 óra |
| VII. Egybevágóság | 21 óra |
| VIII. Év végi ismétlés | 21 óra |

|  |  |
| --- | --- |
| Témakör-10. évfolyam | Óraszám: 144 óra |
| I. Ismétlés | 2 óra |
| II. Hatvány, négyzetgyök | 20 óra |
| III. Kombinatorika, valószínűség, gráfok | 21 óra |
| IV. Geometria, hasonlóság, vektor | 37 óra |
| V. Másodfokú egyenletek | 27 óra |
| VI. Statisztika | 9 óra |
| VII. Trigonometria | 23 óra |
| VIII. Év végi ismétlés | 5 óra |

**11–12. évfolyam**

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

**11. A témakörök áttekintő táblázata:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **óraszám** |
|  |  |
| **Halmazok** | 6 |
| **Matematikai logika** | 4 |
| **Kombinatorika, gráfok** | 10 |
| **Számhalmazok, műveletek** | 8 |
| **Hatvány, gyök** | 10 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 4 |
| **Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek** | 18 |
| **Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek** | 12 |
| **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok** | 14 |
| **Geometriai alapismeretek** | 8 |
| **Háromszögek** | 10 |
| **Négyszögek, sokszögek** | 8 |
| **A kör és részei** | 6 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 8 |
| **Leíró statisztika** | 10 |
| **Valószínűség-számítás** | 8 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**12. A témakörök áttekintő táblázata:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **óraszám** |
| **Halmazok, matematikai logika** | 8 |
| **Kombinatorika, gráfok** | 20 |
| **Sorozatok** | 14 |
| **Térgeometria** | 24 |
| **Leíró statisztika** | 20 |
| **Valószínűség-számítás** | 6 |
| **Rendszerező összefoglalás** | 32 |
| **Összes óraszám:** | 124 |

**Érettségi felkészítés**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **óraszám** |
| **Felkészülés a szóbeli érettségire** | 18 |
| **Összes óraszám:** | 18 |